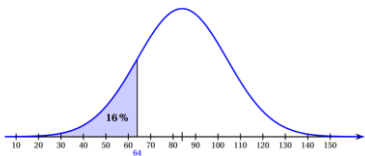
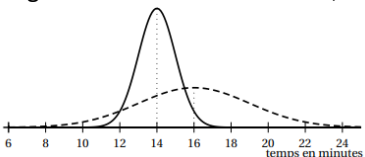


- **P1** : On considère une loi normale d'espérance 84 et d'écart-type  $\sigma$  dont on donne ci-dessous la courbe de densité.



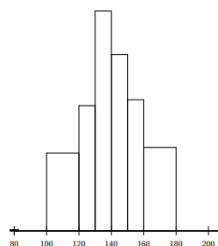
A l'aide du graphique, quelle valeur approchée entière de  $\sigma$  peut-on proposer ?

- **P2** : On a interrogé 50 élèves du lycée Claudel. 23 % ont déclaré être gaucher. Que peut-on en déduire ?
- **P3** : Lorsque Romane se déplace en vélo, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, entre son domicile et son lieu de travail par une variable aléatoire  $T_V$  suivant une loi normale d'espérance  $\mu_V$  et d'écart-type 1 minute. Lorsqu'elle effectue ce trajet en transports en commun, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, par une variable aléatoire  $T_C$  suivant une loi normale d'espérance  $\mu_C$  et d'écart-type 3 minutes. 1. On nomme  $C_C$  et  $C_V$  les courbes représentatives des fonctions de densité des variables aléatoires  $T_V$  et  $T_C$  représentées dans la figure ci-dessous. Déterminer, en justifiant votre réponse,  $\mu_V$  et  $\mu_C$ .



- **P4** : Un organisme de contrôle sanitaire s'intéresse au nombre de bactéries d'un certain type contenues dans la crème fraîche. Pour cela, il effectue des analyses portant sur 10 000 prélèvements de 1 ml de crème fraîche dans l'ensemble de la production française. Il obtient les résultats suivants :

Nombre de bactéries (en milliers)	[100; 120]	[120; 130]	[130; 140]	[140; 150]	[150; 160]	[160; 180]
Nombre de prélèvements	1 597	1 284	2 255	1 808	1 345	1 711



- 1°) À l'aide de la calculatrice, donner une estimation de la moyenne et de l'écart-type du nombre de bactéries par prélèvement.
- 2°) L'organisme décide alors de modéliser le nombre de bactéries étudiées (en milliers par ml) présentes dans la crème fraîche par une variable aléatoire  $X$  suivant la loi normale de paramètres  $\mu = 140$  et  $\sigma = 19,1$ . Ce choix de modélisation est-il pertinent ? Argumenter.

### Comprendre le conditionnement

- **P5** : Un lecteur d'une bibliothèque est passionné de romans policiers et biographies. Cette bibliothèque lui propose 150 romans policiers et 50 biographies. 40% des écrivains de romans policiers sont français et 70% des écrivains de biographies sont français. Le lecteur choisit au hasard un livre parmi les 200 ouvrages.
- 1°) Quelle est la probabilité que le lecteur choisisse un roman policier français ?
- 2°) Le lecteur ayant choisi un roman policier, quelle est la probabilité que l'auteur soit français ? (D'autres questions sur le corrigé)

### Utiliser l'indépendance de deux événements

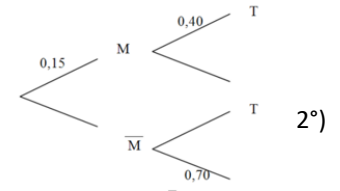
- **P6** : Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2 montés en série. Il est dit défaillant si l'un des composants est défaillant. On note  $D$  l'événement « le composant 1 est défaillant avant un an » et  $E$  l'événement « le composant 2 est défaillant avant un an ». On sait que  $D$  et  $E$  sont indépendants et que  $p(D) = p(E) = 0,39$ . Calculer la probabilité de l'événement  $F$  « le circuit est défaillant avant 1 an ».

## Comprendre la notion d'espérance

- **P7** : Pour un téléviseur d'une marque japonaise, l'offre d'extension de garantie coûte 65 €. On sait que 11,5 % des clients ayant souscrit l'extension de garantie l'utilisent (panne irréparable, remboursement du téléviseur d'une valeur de 339 €). Cette offre d'extension est-elle financièrement avantageuse pour l'entreprise ?

## Calculer des probabilités à partir d'un arbre

- **P8** : Compléter l'arbre incomplet ci-contre.  
1°) A quel événement correspond la probabilité 0,40 ?  
2°) Calculer  $P_T(M)$ .



- **P9** : Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhère à la section tennis. On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis. On choisit au hasard un membre de cette association et on note par F l'événement « le membre choisi est une femme » et par T l'événement « le membre choisi adhère à la section tennis ». On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis. Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme ?

## Calculer avec une loi exponentielle

- **P10** : Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .  
1°) Calculer  $p(X < -2)$  et  $p(X = 7)$ .  
2°) Pour  $a$  et  $b$  positifs,  $a < b$ , démontrer la formule permettant de calculer  $p(a < X < b)$ .  
3°) On sait que  $\lambda = 0,2$ . Calculer  $P(X > 2)$ ,  $p(X < 4)$  et  $P_{X>3}(X > 8)$ .
- **P11** : Démontrer la propriété de la loi sans vieillissement.
- **P12** : La durée de vie d'une machine, en années, peut être modélisée par une variable aléatoire Z suivant une loi exponentielle de paramètre. La durée de vie moyenne de ce type de machine est de 5 ans. Déterminer le paramètre  $\lambda$  de la loi exponentielle.
- **P13** : Calculer une primitive sur  $[0; +\infty[$  de la fonction  $t \mapsto te^t$ . En donnant une application pour les lois exponentielles.

## Calculer avec un loi normale

- **P14** : Soit X une variable aléatoire qui suit  $\mathcal{N}(13,9; 4,1^2)$ . Avec votre calculatrice, donner une valeur approchée de  $p(X > 18)$ .
- **P15** : Soit X une variable aléatoire qui suit  $\mathcal{N}(85; 2^2)$ . Déterminer une valeur approchée du réel positif  $a$  tel que  $p(85 - a < X < 85 + a) = 0,9$ .

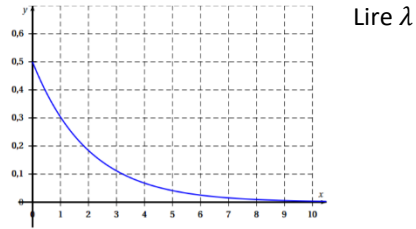
## Sans calculatrice, calculer des probabilités associées à une loi normale

- **P16** : X suit une loi normale  $\mathcal{N}(85; 4)$ . Calculer  $p(83 < X < 87)$ .
- **P17** : X suit  $\mathcal{N}(13,9; \sigma^2)$ . On sait que  $p(X \geq 22) = 0,023$ . Calculer  $p(5,8 \leq X \leq 22)$  et en déduire une valeur approchée de  $\sigma$ .
- **P18** : X suit une loi normale d'espérance 20. On sait que  $p(20 < X < 21,6) = 0,34$ . Vrai ou faux :  $p(X > 23,2) \approx 0,046$  ?
- **P19** : X suit une loi normale  $\mathcal{N}(125; \sigma^2)$ . Pour tout réel t positif, donner une relation entre  $p(X \leq 125 - t)$  et  $p(X \geq 125 + t)$ . On sait que  $p(X < 121) = 2,3 \%$ . En déduire  $p(121 < X < 129)$ .

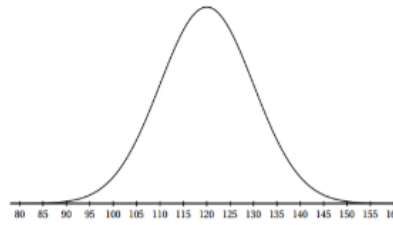
## Calculer les paramètres d'une loi

- **P20** : X suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . On sait que  $p(X > 1) = 0,2$ . En déduire que  $\lambda = \ln(5)$ .
- **P21** : Soit X une variable aléatoire qui donne la durée de vie en années d'une machine. On sait que X suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  et que la durée de vie moyenne de ce type de machine est de 5 ans. En déduire  $\lambda$ .
- **P22** : X suit  $\mathcal{N}(4; \sigma^2)$  et on sait que  $p(2 \leq X \leq 6) = 0,80$ . En déduire  $\sigma$ .
- **P23** : A quelle condition portant sur  $m$ , la fonction  $f$  définie sur  $[0; 1]$  par  $f(x) = x + m$  est-elle une densité de probabilité ?
- **P24** : X suit une loi normale d'espérance 250 et d'écart-type  $\sigma$ . On sait que  $P(X > 237) = 0,64$ . En déduire une valeur approchée de  $\sigma$ .

**P25** : 1°) X suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  de densité représentée ci-dessous.



2°) Soit X une variable aléatoire qui suit  $\mathcal{N}(\mu; 10^2)$  de densité représentée ci-dessous.



1°) Estimer  $\mu$ .  
 2°) Sachant que :  
 $p(X < 100) = 0,023$ ,  
 déterminer une valeur arrondie à l'unité de la moyenne  $\mu$ .

### Comprendre fluctuation et échantillonnage.

- **P26** : Une chocolaterie vend un lot de 10000 tablettes de chocolat. Elle affirme au responsable que 90% des tablettes ont une teneur en chocolat dans l'intervalle [81,7 % ; 88,3 %]. Afin de vérifier si cette information n'est pas mensongère, on prélève 550 tablettes et on constate que 80 ne répondent pas au critère. Que peut-on en conclure ?
- **P27** : Afin de connaître la proportion d'une population favorable à un projet de loi, on effectue un sondage sur un échantillon de 1500 personnes pour lequel 675 personnes indiquent une opinion positive du projet. Que peut-on en déduire ?
- **P28** : A Ottawa, on souhaite estimer la proportion des personnes souhaitant le déménagement du stade des Sénateurs au centre ville d'Ottawa. On réalise pour cela un sondage. Déterminer le nombre minimum de personnes qu'il faudrait interroger pour que l'intervalle de confiance au niveau de confiance 95 % de la proportion des gens favorable au changement du stage ait une amplitude inférieure ou égale à 0,04.

### Reconnaître une loi de probabilité

- **P29** : Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Le lance-balle est réglé pour envoyer la balle à droite ou à gauche de façon équiprobable.
  - 1°) Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de balles envoyées à droite sur 20 lancers. Quelle loi suit X ?
  - 2°) Quelle est la probabilité que sur 20 lancers, 10 vont à droite ?
  - 3°) Quelle est la probabilité que sur 20 lancers, il y ait entre 5 et 10 balles envoyées à droite ?
  - 4°) Quel est le nombre minimum de lancers nécessaires pour avoir 99% de chances d'avoir au moins une balle à droite ?

### Connaître la loi uniforme

- **P30** : Tout le personnel de cet hôpital a un temps de trajet domicile-hôpital au plus égal à une heure et on suppose que la durée exacte du trajet en minutes suit la loi uniforme [0 ; 60]. On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital. Quelle est la probabilité pour que la personne interrogée ait une durée de trajet comprise entre 15 min et 20 min ? Quel est le temps moyen d'un trajet ?

### Comprendre les méthodes probabilistes de détermination d'une aire (méthode de Monte-Carlo)

- **P31** : Soit la fonction f définie sur [0 ; 2] par  $f(x) = e^{-x^2}$  et représentée ci-contre dans un repère orthogonal par la courbe  $\mathcal{C}_f$ . On a hachuré le domaine  $\mathcal{D}$  compris entre la courbe  $\mathcal{C}_f$ , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x=2$ . On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un point M à l'intérieur du rectangle OABC. Soit p la probabilité que ce point appartienne au domaine d.
  - 1°) Justifier que  $\int_0^2 f(x) dx = 2p$ .
  - 2°) Ecrire un algorithme permettant de calculer une estimation de p.

